

LXX олимпиада по математике Эстонии
ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА
Таллинн, 12 января 2023 года
IX класс

Время, отводимое для решения: 3 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даст 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Дробь $\frac{203}{506}$ можно представить в виде суммы двух положительных правильных дробей, знаменатель одной из которых равен 22, а знаменатель второй равен 23. Найди все пары таких правильных дробей.

2. Выяснилось, что из-за дефекта одного станка 2% всей продукции, произведенной и отправленной заводом в прошлом месяце, оказалась бракованной уже на этапе отправки. В этом месяце всю эту бракованную продукцию вернули на завод, и она составила 40% от всей продукции, которая была произведена в прошлом месяце и возвращена в этом месяце на завод. Сколько процентов небракованной продукции, произведенной в прошлом месяце, вернули назад на завод? Ответ не округлять.

3. Отрезки AB и CD являются основаниями равнобедренной трапеции $ABCD$. Величина угла ABC равна 82° , что в два раза больше величины угла CAB . Внутри трапеции выбрана точка N такая, что выполняются равенства $NC = CB$ и $AN = NB$. Найти величину угла NCB .

4. Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а различным буквам – различные цифры.
 - а) Найди наименьшее возможное значение суммы четырехзначных чисел $KURU + NORA + RAKU + RUNO$, которая делится нацело на число 10.
 - б) Может ли число, которое равно сумме четырехзначных чисел $KURU + NORA + RAKU + RUNO$, быть простым числом?

5. На окружности стояли 2023 человека, каждый из которых был либо правдолюбом, кто всегда говорил только правду либо лжецом, кто всегда только лгал. Каждый из них сказал: «Среди людей, стоящих на окружности, у меня больше друзей, чем у того, кто стоит рядом со мной справа, а также больше друзей, чем у того, кто стоит рядом со мной слева». Найди наибольшее возможное количество правдолюбов среди этих 2023 человек.

Замечание: дружба – это обоюдный процесс. Если человек A – это друг человека B , то и человек B – это друг человека A .